



Karar verme tüm insanlığın her gün karşı karşıya kaldığı bir durumdur. Bazen tek bir seçeneğimiz olduğu durumlarda bazen de birden fazla kriterin ve alternatif ile karşılaştığımız durumlarda karşı karşıya kalırız. Bu problemlerde en uygun çözümü yöneylem araştırmasının bir dalı olan Çok Kriterli Karar Verme'nin çözüm yöntemleri ile bulabiliriz. Çok Kriterli Karar Verme kendi içinde; çok nitelikli karar verme ve çok amaçlı karar verme olarak ikiye ayrılır.

#### Karar Verme

Karar verme hayatımızın her gününde karşı karşıya kaldığımız bir durumdur. İlk zamanlardan, günümüze kadar bireyler çeşitli durumlarda karar verme problemiyle karşı karşıya kalmışlardır. Karar kavramını bir durum veya olay ile karşı karşıya kaldığımızda verdiğimiz tepki olarak tanımlayabiliriz. Bu tepkilerden en uygun olanının seçilmesine ise karar verme denir.



- ❖ **Çok Kriterli Karar Verme ( ÇKKV )**: Karar vericinin nicel ya da nitel sayıdaki alternatif arasından en az iki kriter olarak yaptığı seçimdir.
- ❖ **Çok Nitelikli Karar Verme ( ÇNKV )**: Karar probleminde incelenen alternatiflerin sonlu sayıda olduğu ve açıkça tanımlandığı kesikli durumlarda karar verme sürecini ifade etmektedir.
- ❖ **Çok Amaçlı Karar Verme ( ÇAKV )**: Alternatiflerin bir matematik programlama modeli aracılığıyla analiz edildiği sürekli durumda karar vermedir.

#### AHP (ANALİTİK HİYERARŞİ PROSESİ)

Analytik Hiyerarşi Prosesi ( AHP ), karar almada sayılan ve sayılmayan ölçütlerin değerlendirildiği, grup veya bireyin tercihlerinin, deneyimlerinin, sezgilerinin, bilgilerinin, yargılarının ve düşüncelerinin karar verme sürecine dahil edildiği, karmaşık problemlerin hiyerarşik bir yapı içinde ele alınıp çözülmesini sağlayan bir ÇKKV yöntemidir.

- 1 Problem tanımlanmalıdır. 
$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} = 1/a_{12} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = 1/a_{1n} & a_{n2} = 1/a_{2n} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$
  - 2 Hiyerarşik yapı oluşturulmalıdır.
  - 3 İkili karşılaştırma matrisleri oluşturulur. Bu matris oluşturulurken önem dereceleri adını verdiğimiz rakamlar rol oynuyor.
  - 4 İkili karşılaştırma matrisleri normalize edilir. Normalize edilme işlemi, her eleman kendi sütununun toplamına bölünür. 
$$a_{ij}' = \frac{a_{ij}}{\sum_{k=1}^n a_{kj}}, i, j = 1, 2, 3, \dots, n$$
  - 5 Öncelik vektörü hesaplanır. Bu işlem, normalize edilmiş her bir satırın toplamının, matrisinin boyutuna bölerek ortalamasının alınması ile hesaplanır. Bu bulunan değerlere her bir ölçüt için hesaplanan önem ağırlıkları adı verilir. Bu ağırlıklar öncelik vektörünü oluşturur. 
$$w_i = \left( \frac{1}{n} \right) \sum_{j=1}^n a_{ij}', i, j = 1, 2, \dots, n$$
  - 6 Yukarıdaki adımlarda oluşturulan matrisin tutarlı olup olmadığını ölçmek için kullanılan yöntemlerden biri CI ( Consistency Index-CI ) katsayısının hesaplanmasıdır. Bu katsayının formülü; 
$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad \lambda_{max} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j}{w_i} \right)$$
A matrisi ikili karşılaştırmalardan sonra oluşan bir matris olmak üzere, 
$$A \times W = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} = 1/a_{12} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} = 1/a_{1n} & a_{n2} = 1/a_{2n} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad d_i = \frac{x_i}{w_i}, i = 1, 2, \dots, n$$
$$\lambda_{max} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n}$$
Tutarlılığı değerlendirebilmek için "Rassal Index (Random Index-RI)" değerlerinin bilinmesi gerekir
- | n  | 1 | 2 | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   |
|----|---|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| RI | 0 | 0 | 0.58 | 0.90 | 1.12 | 1.24 | 1.32 | 1.41 | 1.45 | 1.49 | 1.51 | 1.53 | 1.56 | 1.57 | 1.59 |
- CI ve RI değerleri belirlendikten sonra "Tutarlılık Oranı ( Consistency Ratio - CR ) hesaplanır.
- $$CR = \frac{CI}{RI}$$
- CR değerinin 0.10'dan küçük çıkması karşılaştırma matrisinin tutarlı olduğu anlamına gelir
- 7 Ölçütler için ikili karşılaştırma matrisleri oluşturulur. Karar seçenekleri için öncelik vektörü hesaplanır
  - 8 Karar seçenekleri sıralanır. Geçen adımda oluşturulan öncelik vektörleri birleştirilir ve tüm öncelikler matrisi elde edilir. Bu matris ile karar seçeneklerinin öncelik vektörü çarpılır ve toplanır. Sonuç vektörü elde edilir. Ortaya çıkan sonuç vektöründe en yüksek ağırlığa sahip olan karar seçeneği problemin çözümü için en uygun karardır

#### TOPSIS

Topsis yönteminde, bir ideal çözüme en kısa mesafede olan ve aynı zamanda ideal olmayan çözüme en uzakta olan alternatifin seçilmesi esastır. Yöntemde amaç en fayda sağlayan çözüme yakın olmak ve aynı anda fayda sağlamayan çözüme de uzak kalmaktır.

- 1 Karar matrisi oluşturulur. 
$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$
- 2 Standart karar matrisi oluşturulur. 
$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m a_{kj}^2}} \quad R_{ij} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix}$$
- 3 Ağırlıklandırılmış normalize matris elde edilir. 
$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$
Formülü ile değerlendirme kriterlerinin ağırlık oranları elde edilir. Sonrasında, R matrisindeki her bir değer, bağlı olduğu kriterin değeri ile çarpılır ve sonucunda ağırlıklı standart karar matrisi oluşturulur. ( V ) 
$$V_{ij} = \begin{bmatrix} w_1 r_{11} & w_2 r_{12} & \dots & w_n r_{1n} \\ w_1 r_{21} & w_2 r_{22} & \dots & w_n r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 r_{m1} & w_2 r_{m2} & \dots & w_n r_{mn} \end{bmatrix}$$
- 4 İdeal ve Non İdeal çözümleri oluşturulur. 
$$A^- = \{v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^-\} \quad A^+ = \{v_1^+, v_2^+, \dots, v_n^+\}$$
- 5 Ayrım ölçütleri hesaplanır. Her bir karar noktasının kriter değerinin, Euclidian Uzaklık Yaklaşımından faydalanarak ideal ve negatif ideal çözüm noktalarına uzaklığı hesaplanır. Her bir alternatifin ideal çözümden uzaklığı ideal ayırım olarak adlandırılır ve 
$$S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^+)^2}$$
 ile hesaplanır. Her bir alternatifin negatif ideal çözümden uzaklığı negatif ideal ayırım olarak adlandırılır 
$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2}$$
 ile hesaplanır.
- 6 Son olarak ideal çözüme göre yakınlık hesaplanır. Bu yakınlık bulunurken bir önceki adımda hesaplanan pozitif ve negatif ideal ayırım ölçütleri kullanılır. İdeal çözüme göre yakınlık ile tanımlanır ve bu ifade 0 ile 1 arasında bir değer alır. 
$$C_i^+ = \frac{S_i^-}{S_i^- + S_i^+}$$
 ile hesaplanır.

#### SEMOPS

Doğru hareket yöntemini belirlemek için tarama prosesinde karar vericinin dinamik olarak işin içinde olduğu bir programlama tekniğidir.

- 1 Karar vericinin belirlediği istek seviyeleri 
$$IS = (IS_1, IS_2, \dots, IS_T)$$
Amaç fonksiyonları 
$$f(x) = f_1(x), f_2(x), \dots, f_T(x)$$
 olsun.
  - 2 Her bir amaç  $f(x)$  için uygun bölge  $[f_{il}, f_{iu}]$  olarak belirlenir. Esas cevap uzayı  $f_i(x)$ ,  $y_i(x)$ 'e dönüştürülür. 
$$y_i(x) = \frac{f_i(x) - f_{il}}{f_{iu} - f_{il}} + \epsilon$$
Aynı şekilde  $IS$ 'ler  $IS^*$  şekline dönüştürülür. Bu işlem sonucunda  $IS^*$  değerleri  $[0,1]$  aralığına gelir. 
$$IS^* = \frac{IS_i - f_{il}}{f_{iu} - f_{il}} + \epsilon$$
5 tip amaç fonksiyonu vardır. En yaygın kullanılanları; 
$$\text{en fazla : } f_i(x) \leq IS_i \quad \text{en az : } f_i(x) \geq IS_i \quad \text{bir aralık içinde : } IS_{il} \leq f_i(x) \leq IS_{iu}$$
$$d_i = \frac{f_i(x) - y_i(x)}{IS_i - y_i(x)} \quad d_i = \frac{IS_i - f_i(x)}{f_i(x) - y_i(x)} \quad d_i = \left[ \frac{IS_{iu} - f_i(x)}{IS_{iu} - IS_{il}} \right] \left[ \frac{IS_{il} - f_i(x)}{IS_{il} - y_i(x)} \right]$$
$$\dots = \left[ \frac{IS_{iu}^* - f_i(x)}{IS_{iu}^* + IS_{il}^*} \right] \left[ \frac{IS_{il}^* - f_i(x)}{y_i(x) - IS_{il}^*} \right]$$
  - 3 İşlemsel olarak, SEMOPS başlangıç, iterasyonu ve sonlandırma içerir üç adımlı bir algoritmadır. Başlangıç bölümü, esas problemin bu algoritma için uygun hale getirilmesi ve yedek amaç fonksiyonlarını içeren yardımcı problem setinin oluşturulmasını içerir
  - 4 İterasyon adımı, algoritmanın etkileşimli kısmıdır. Optimizasyon evresi (analist tarafından gerçekleştirilen) ve değerlendirme evresi (karar verici tarafından gerçekleştirilen) arasında gerçekleşen bir çevrimdir. Bu çevrim tercih edilen bir çözüme ulaşana kadar gerçekleşir ve algoritma sonlandırılır
  - 5 İlk iterasyonda,  $i = 1$ , esas problem ve T setine sahip yardımcı problemler çözülür. Yardımcı problemler, her bir amacın istek seviyesi, bu amaçların hedefi olarak verilen bir şekilde sokulur.
- | Esas Problem   | Yardımcı Değerler   | Burası problemlerin esas çözüm evresidir.  |
|--|---|--|
| $\min s_{ik} = \sum_{i=1}^T d_i \quad \text{koşul } x \in X$   | $k = 1, 2, \dots, T;$ $\min s_{ik} = \sum_{i=1}^T d_i$ $\text{koşul } x \in X$ $f_k(x) \geq IS_k$ |  |
| Yapılacak bir hareketin diğer amaçlarda elde edilenler üzerindeki etkileri değerlendirilir ve bir amaç için yeni istek seviyesi atanır. Genel olarak, i. iterasyon aşağıdaki esas problemi ve yardımcı problemler setini çözer       |   | <b>Esas Problem:</b> $\min s_i = \sum_{i=1}^T d_i$ $\text{koşul } x \in X$ $f_j(x) \geq IS_j \quad j \in (T-T^*)$  |
| Yardımcı Problem Seti. $k \in T^* (T^* = T - (i+1))$ $\min s_{ik} = \sum_{i=1}^T d_i$ $\text{koşul } x \in X$ $f_j(x) \geq IS_j \quad \forall j \text{ için } j \in (T - T^*)$ $f_k(x) \geq IS_k \quad \text{bir k için } k \in T^*$ |   | Optimizasyon evresi bu problemleri çözer, Sonuçlanan çözümler, değerlendirme evresinde kullanılır ve karar verici bir sonraki iterasyon çevrimi için yönlendirme yapar |

#### KAYNAKÇA

- [1] Bölüt B., Kuzucu A., "Çok Amaçlı Karar Verme Problemlerine Etkileşimli Bir Yaklaşım", İtü Dergisi Cilt:5, Sayı:1 Kısım:1, 114-126, 2016
- [2] <https://bahadirfyildirim.com/blog/note/cok-nitelikli-karar-verme/>
- [3] Arıbaş, M. ve Özcan, U., "Akademik Araştırma Projelerinin AHP ve TOPSIS Yöntemleri Kullanılarak Değerlendirilmesi", Politeknik Dergisi, cilt 19, no. 2, ss. 163-173, 2016